TFD-2 SÖNÜMLÜ HARMONİK HAREKET, HARMONİK HAREKETLERİN GİRİŞİMİ

AMAÇLAR

Sönümlü harmonik hareketin incelenmesi sönüm sabitinin ölçülmesi ve iki basit harmonik hareketin girişiminin incelenmesi.

ARAÇLAR

Hava masası, ark kronometresi, diskler, tabaka kağıt, karbon kağıdı.

GİRİŞ

A) SÖNÜMLÜ HARMONİK HAREKET

Yay sabitleri k_1 ve k_2 olan iki yay ve bir diskden oluşan yay-disk-yay sisteminin hareket denklemi, sürtünme ihmal edilirse,

$$m\{(d^2x)/(dt^2)\}+kx=0 \qquad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu denklemin çözümü,

$$x = x_o \cos(w_o t+\phi) \qquad (2)$$

dir. Burada x_o, diskin (m kütlesinin) denge konumundan maksimum sapma miktarı olup titreşim genliği olarak bilinir, w_o açısal hız ve ϕ da faz kaymasını ifade eder. ($t=0$ için $x=x_o$ ise $\phi=0$ dır).

Sistemin hareketinde hızla orantılı sürtünme kuvvetinin de var olması durumunda, titreşimin genliği zamanla sabit değerini koruyamaz ve küçülerek belli bir zaman sonunda sıfır olur. Bu tür harekete sönümlü harmonik hareket denir. Sönüm faktörünün dikkate alınması durumunda (1) denklemi,

$$m\{(d^2x)/(dt^2)\} + \{b(dx/dt)+kx\}=0 \qquad (3)$$

şeklinde yazılır. Burada b' ye sönüm sabiti ya da sönüm katsayısı denir. (3) denkleminin çözümü,

$$x = A_o e^{-(b/2m)t} \cos(\omega t + \phi) \qquad (4)$$

verir. Burada ω,

$$\omega = \{\omega_o^2 - (b/2m)^2\}^{1/2} \qquad (5)$$

dır.

Burada hareketin genliği olan $A(t) = A_o e^{-(b/2m)t}$ i
desi üstel bir fonksiyondur. A'nın A_o başlangıç değerinin
kesrine inmesi için geçen zamana titreşimin durulma (relaks
yon) zamanı denir. $A = A_o e^{-(b/2m)t}$ bağıntısından durulma za
için,

$$\tau = 2m/b \qquad (6)$$

bulunur.

B) HARMONİK HAREKETLERİN GİRİŞİMİ

Düzlemde x ve y bileşenleri basit harmonik salınım
pan bir cismin hareketini inceleyelim. A ve B genlikleri v
fazları farklı olan x ve y bileşenleri ayrı ayrı

$$x = A \cos(\omega t+\theta) \qquad (7)$$

ve

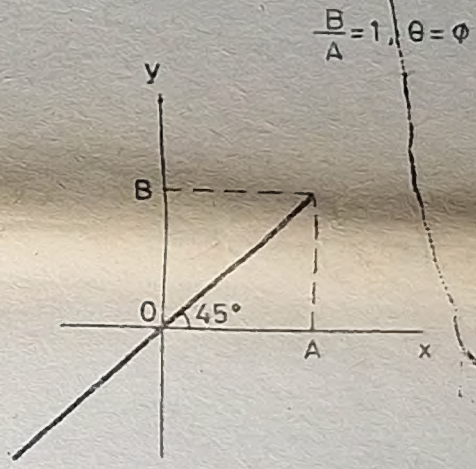
$$y = B \cos(\omega t + \phi) \qquad (8)$$

eşitlikleri ile belirlenebilir. Burada θ ve ϕ faz sabitler
dir. Frekansları eşit olan bu iki basit harmonik hareket b
cisme etkirse cismin hareketi iki bağımsız titreşimin bi

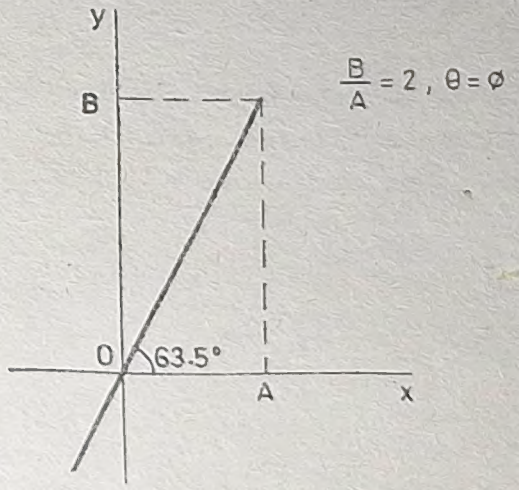
kesi olur. Şimdi bazı özel durumları ele alalım. θ ve ϕ faz sabitleri birbirine eşit ise bileşke hareket (cismin hareketi) doğrusal hareket olur. Bunu (7) ve (8) denklemlerinde $\theta = \phi$ yazarak iki denklem arasında t'yi yok ederek görebiliriz. Sonuç olarak,

$$y = (B/A)\, x \qquad (9)$$

bulunur. Bu da eğimi B/A olan bir doğru denklemidir. Şekil 1 ve Şekil 2'de (B/A)= 1 ve (B/A)= 2 için elde edilen bileşke hareketin doğrusal yörüngeleri görülüyor.



Şekil_1



Şekil_2

Faz sabitleri farklı ise iki hareketin bileşkesi doğrusal o
mayacaktır. Fazlar arasındaki fark $\pi/2$ ve genliklerin oranı
$(B/A) = 1$ ise (7) ve (8) denklemlerinden,

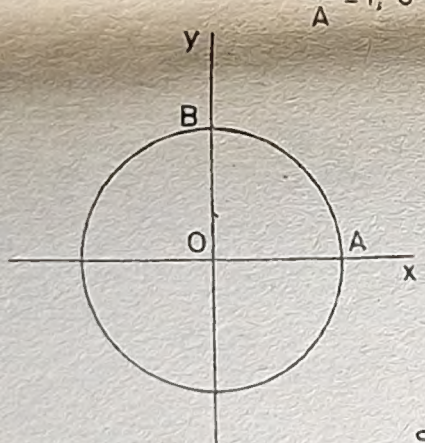
$$x^2+y^2 = A^2 = B^2 \qquad (10)$$

elde edilir. Bu da yarıçapı A olan bir dairenin denklemidir
(Şekil.3). A ve B genlikleri farklı iseler (7) ve (8) denk-
lemlerinden ($\theta - \phi = \pi/2$ için),

$$(x^2/A^2)+(y^2/B^2)= 1 \qquad (11)$$

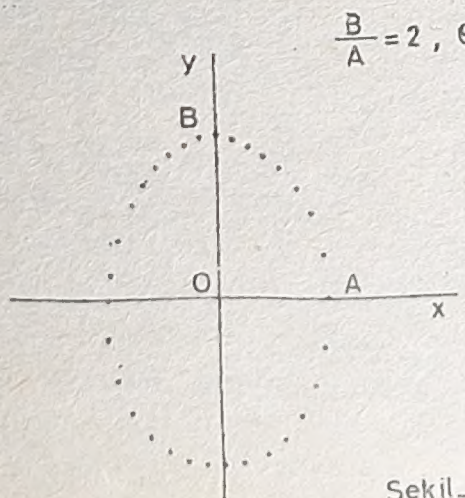
elde edilir. (11) denklemi eksenleri x ve y eksenlerine par
lel bir elipstir (Şekil.4).

$\frac{B}{A}=1,\ \theta-\phi=\frac{\pi}{2}$



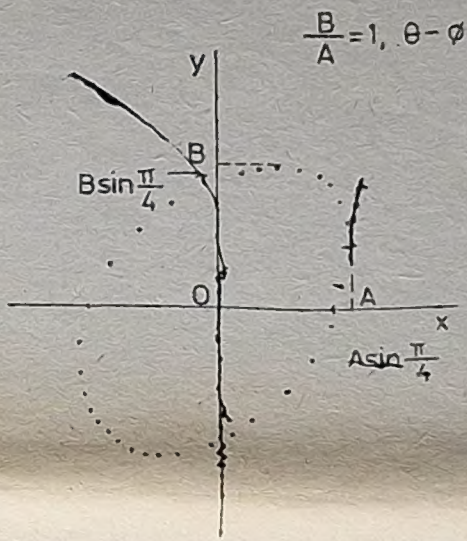
Şekil_3

$\frac{B}{A}=2,\ \theta-\phi=\frac{\pi}{2}$

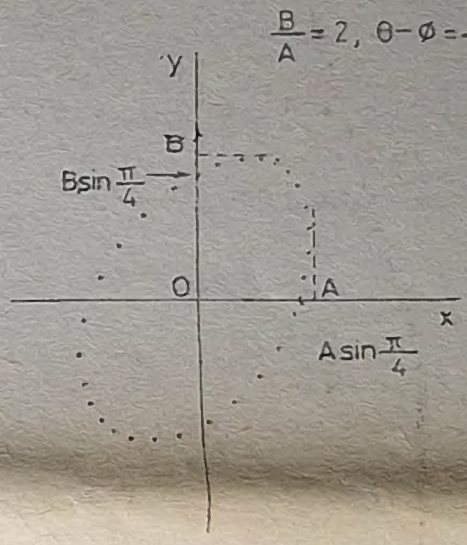


Şekil_4

Şekil 5 ve Şekil 6'da $\theta-\phi=-(\pi/4)$ için $(B/A)=1$ ve $(B/A)=2$ olması durumunda bileşke hareketin yörüngeleri görülmektedir.



Şekil_5



Şekil_6

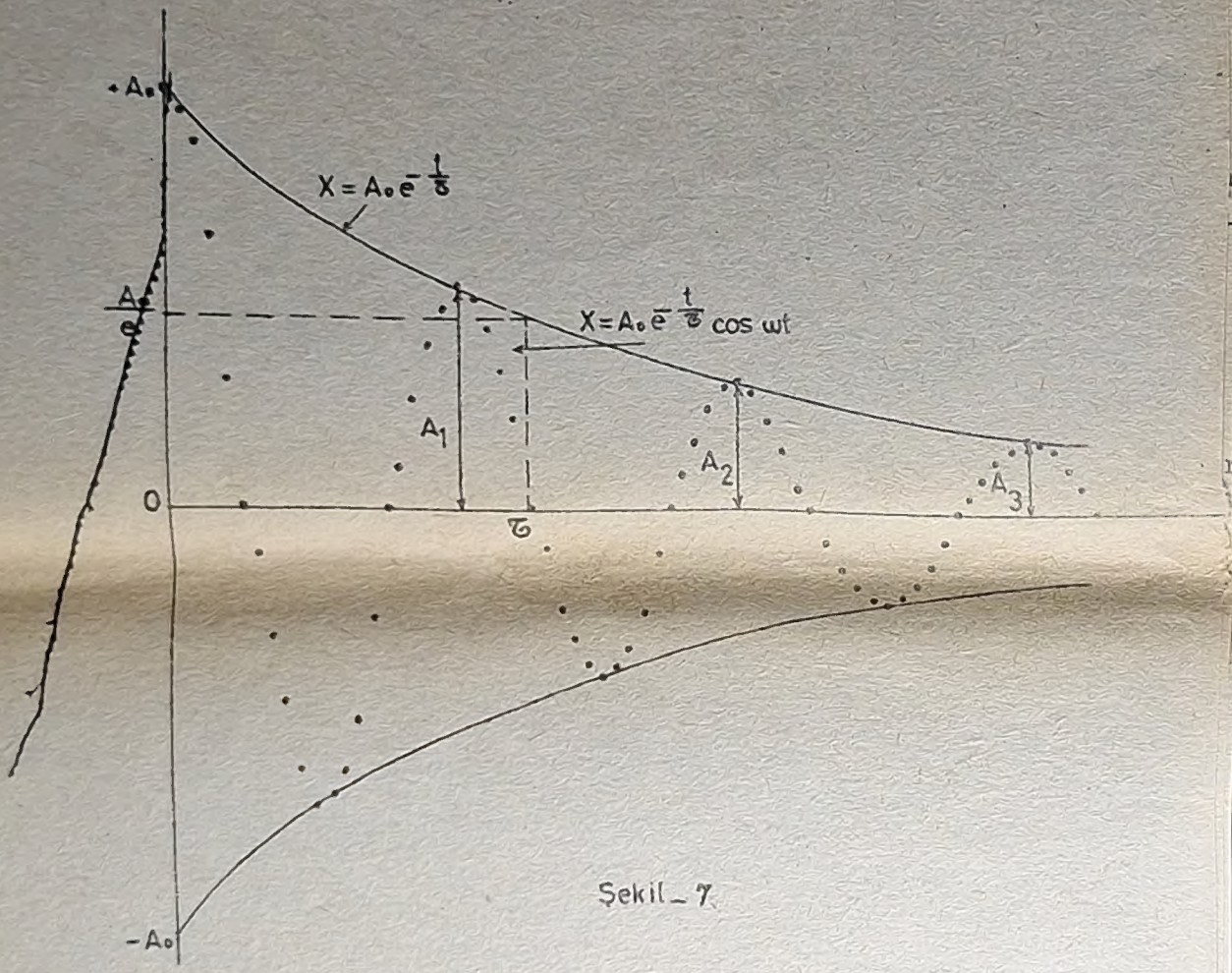
YAPILACAK İŞLER

KESİM I: SÖNÜMLÜ HARMONİK HAREKETTE SÖNÜM SABİTİ VE DURULMA ZAMANININ BULUNMASI

Hava masasını yatay duruma getirdikten sonra yay-disk-yay sistemini kurunuz.

Deney kağıdını alüminyum rayın altından geçirerek uçlarından tutulabilecek biçimde yerleştiriniz. Sönümlü salınım elde etmeğe yarayan 20x25 cm büyüklüğündeki kartonu disk hortumu üzerine yay-disk-yay sisteminin hareket doğrultusuna dik olacak biçimde tesbit ediniz. Sistemi hareket doğrultusu üzerinde bir miktar yana çekiniz ve hava pedalına basarak salınıma bırakınız. Salınım devam ederken ark pedalına basınız

ve deney kağıdını sabit bir hızla yavaşça çekiniz. Elde e
len şekil sönümlü salınım görünümündedir (Şekil.7).



Şekil_7

VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ

A. Hareketin iz grafiğin incelemek üzere eğrinin A yönün
ki A_o, A_1, A_2... genliklerini ölçünüz. Bulduğunuz büyükl
lerin doğal logaritmasını alınız ve Ln A'nın zamana karş
grafiğini çiziniz. Elde ettiğiniz eğrinin biçimi bir doğ
ru oluyor mu? Doğru oluyor ise bu doğrunun matematiksel
ifadesinin a ve b birer sabit olmak üzere,

$$\text{Ln } A(t) = -at+b \qquad (12)$$

şeklinde yazılabileceğini irdeleyiniz. Bu ifadenin antilogaritmasını alırsak,

$$A(t) = e^{-at+b} \qquad (13)$$

buluruz. Grafikten t= 0 için $A(0) = e^{b} = A_o$ olduğuna göre (13) eşitliği

$$A(t) = A_o\, e^{-at} \qquad (14)$$

şeklinde yazılabilir. Görüldüğü gibi hareketin genliği zamanla üstel olarak azalmaktadır. (14) bağıntısını (6.) denklemiyle ve $A_o\, e^{(-b/2m)t}$ ifadesi ile karşılaştırdığımızda,

$$a = (b/2m) = 1/\tau \qquad (15)$$

buluruz. O halde $1/\tau$ çizdiğimiz doğrunun eğimi oluyor.

a. Hareketin τ durulma zamanını ve b sönüm katsayısını hesaplayınız. (Denklem 15'den yararlanınız.)

B. İz grafiğinde hareketin τ durulma zamanını çizimle bulunuz ve b sönüm katsayısını yeniden hesaplayınız. Bulduğunuz sonuçlar deneyin A kesiminde elde ettiğiniz τ ve b değerleri ile uyuşuyor mu?

C. b'nin değeri A ve B'de bulduğumuz sonuçlarla uyuşuyor mu? Sonucu tartışınız.

KESİM II: HARMONİK HAREKETLERİN GİRİŞİMİNİN İNCELENMESİ

Hava masasının yatay durumunu kontrol ettikten sonra yay-disk-yay sistemini kurunuz.

Hava pedalına kesik kesik basarak sistemi denge konumuna getiriniz ve ark kronometresini de kullanarak diskin konumunu belirleyiniz. Diski, yay-disk-yay ekseni üzerinde bir

miktar yana çekerek salınıma bırakınız ve ark pedalına da basarak x-eksenini (yatay eksen) kıvılcım izleriyle belirleyiniz. Şimdi y-eksenini belirlemek için diski denge konumundan kendinize doğru bir miktar çekiniz ve salınıma bırakınız. Dis y-ekseni boyunca hareket ediyor mu? Hareketi dikkatle yaparsanız bu hareketin doğrusal bir hareket olduğunu göreceksiniz Ark pedalına da basarak y-eksenini de belirleyiniz.

Şimdi Şekil.4'deki elipsi elde etmek için diski y-ekseni boyunca denge konumundan ayırınız ve bu eksene yakın bir noktadan salınıma bırakınız. Arzulanan en uygun şekli elde ettikten sonra ark pedalına da basarak hareketin iz grafiğini belirleyiniz.

VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ

a. Elde ettiğiniz iz grafiği Şekil.4'de olduğu gibi eksenleri x ve y eksenleri doğrultusunda olan bir görünümde hareketin A ve B genliklerini ölçünüz ve B/A oranını oluşturunuz. Bu oran deneyin hata sınırları içinde beklediğiniz sonucu veriyor mu? $\theta-\phi$ faz farkı için ne söyleyebilirsiniz? Elde ettiğiniz bu elips,

$$(x^2/A^2)+(y^2/B^2)=1$$

bağıntısı doğruluyor mu?

b. Şekil 5 ve Şekil 6 görünümünde elipsler elde ediniz ve B/A oranını herbiri için hesaplayınız. Bu şekiller için (11) eşitliği doğrulanıyor mu? Doğrulanıyor ise nedenini açıklayınız.

c. Şekil 1 ve Şekil 2'deki doğruları elde etmeğe çalışınız herbiri için (B/A)'yı ölçünüz ve buradan doğruların eğimini hesaplayınız.

d. Şekil 3'deki daireyi deneyin hata sınırları içinde elde etmeğe çalışınız. $x^2+y^2=A^2$ eşitliğini irdeleyiniz.

kaynaklanabilir, bunlar nasıl azaltabilirsiniz.

1- B,H,H'te toplam enerji korunumu. Toplam enerjinin korunumunu kanıtlayan başka ne gibi fiziksel olaylar vardır?

KAYNAKLAR

1- Berkeley Fizik Programı, Mekanik; Cilt 1, A.Ü. Fen Fakültesi Yayınları (1975), s. 214-221.

2- D. Halliday and R. Resnick Fundamentals of Physics. Wiley International Edition (1970), S. 370-372.

3- M. Alonso and E.J. Finn, Fundamental University Physics. Volume 1, Mechanics, Addison-Wesley Publishing Company (1967), S. 363-367.

TFD-3 BASİT SARKAÇ VE YERÇEKİMİ İVMESİNİN ÖLÇÜLMESİ

AMAÇ

Eğik düzlemde salınan basit sarkaç yardımıyla yerçekimi ivmesi g'nin ölçülmesi.

ARAÇLAR

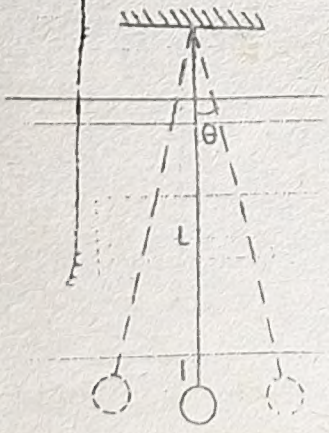
Hava masası
Ark kronometresi
Diskler
Ağırlıklar
Tabaka kağıt
Karbon kağıdı
Uzun bir cetvel
İp

GİRİŞ

Uzayan ve kütlesi ihmal edilebilen bir iple asılmış ma desel bir noktadan ibaret sisteme basit sarkaç denir (Şekil.

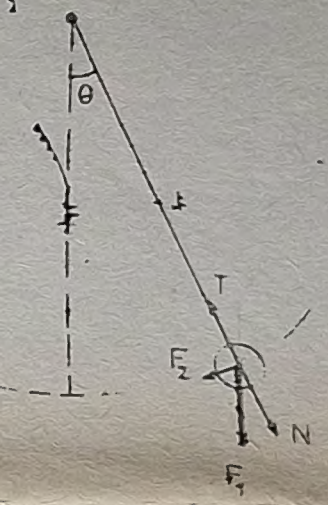
Denge konumundan küçük bir θ açısı kadar ayrılıp salın bırakılan sarkaç basit harmonik hareket yapar ve bu hareketi periyodu,

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} \qquad (1)$$



Şekil_1

olur. Burada L sarkacın uzunluğu ve g yerçekimi ivmesidir. Eğik hava masasında salınım yapan bir diskin hareketi de harmonik harekettir. ϕ hava masasının eğim açısı, m diskin kütlesi ve θ denge konumundan sapma açısı olmak üzere, bu sarkaca etkiyen kuvvetin bileşenleri Şekil 2'de görülmektedir.



Şekil_2

$$F_1 = mg \sin\phi$$

$$F_2 = mg \sin\phi . \sin\theta$$

$$N = mg \sin\phi . \cos\theta$$

$$T = N$$

Eğik düzlemde salınan sarkacın periyodunu hesaplamak için dinamiğin temel prensibini bu hareket için yazmak yeterlidir. Şekil 2'den

$$mL\ (d^2\theta)/(dt^2) = -mg \sin\phi . \sin\theta \qquad (2)$$

yazılabilir. Burada $(d^2\theta)/(dt^2)$ ani açısal ivmedir. (2) denklemi,

$$(d^2\theta)/(dt^2) = -\{(g \sin\phi)/L\} \sin\theta \qquad (3)$$

yada θ açısının küçük değerleri için,

$$(d^2\theta)/(dt^2) = -\{(g \sin\phi)/L\}\ \theta \qquad (4)$$

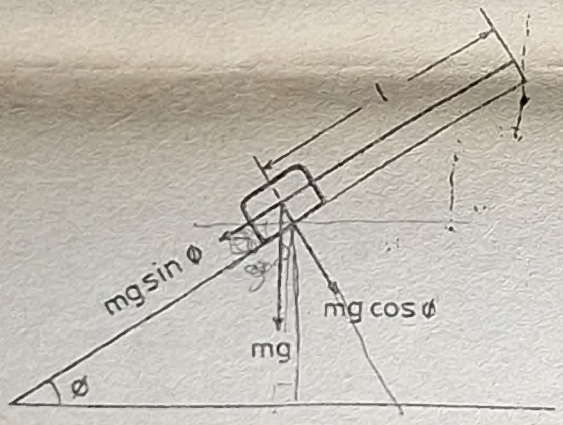
şeklinde yazılabilir. (4) denklemi basit harmonik hareketin hareket denklemi olup,

$$T = 2\pi\sqrt{L/(g \sin\phi)} \qquad (5)$$

çözümünü verir.

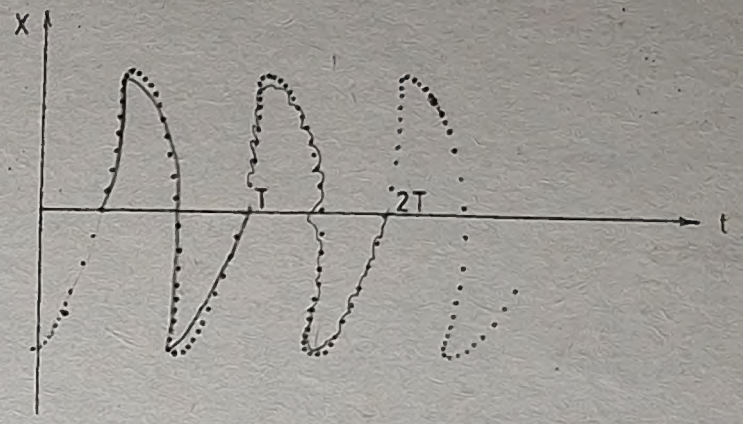
YAPILACAK İŞLER

Yatay durumdaki hava masasına bir ϕ açısı kadar eğim veriniz. Disketlerden birini masanın bir köşesine koyunuz ve diğer diski uzunluğu bilinen bir iple masanın arka kenarına rahatlıkla hareket edebilecek biçimde bağlayınız (Şekil 3).



Şekil_3

Ark kronometresini uygun frekansa ayarladıktan sonra diski denge konumundan θ açısı kadar ayırınız ve hava pedalına basarak salınıma bırakınız. Disk salınım halinde iken ark kronometresini çalıştırarak deney kağıdını mümkün olduğunca çekiniz. Hareketin izi Şekil 4'e benzeyecektir.



Şekil_4

Kağıdı sabit hızla çekebilseydiniz Şekil 4'deki iz tamamen harmonik görünümde olacaktı. (Bunu gerçekten görebilmek için aynı eğriyi sabit zaman ekseni üzerine taşıyınız. Tamamen harmonik görünüm elde edilecektir).

A. Hareketi sarkacın değişik boyları için yineleyiniz. İz grafiğinde değişik L değerleri için T periyodunu ölçünüz.

B. Hareketi diskin kütlesini değiştirerek yineleyiniz.

C. Hareketi, sarkaç genliğini (θ salınım açısını) değiştirerek yineleyiniz.

VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ

a) Periyodun karesinin sarkaç boyuna karşı grafiğini çiziniz. Grafik bir doğru oluyor mu? Oluyorsa hareketin matematiksel ifadesini yazınız. Doğrunun eğimini bulunuz ve

$$T^2 = \{(4\pi^2)/(g \sin\phi)\}L$$

bağıntısını da kullanarak g yerçekimi ivmesini hesaplayınız.

b) Hareketin periyodu diskin kütlesine bağlı mıdır?

c) Periyod genliğe bağlı mıdır? Seçtiğiniz θ açılarının büyüklüğüne göre sonucu tartışınız.

DENEY RAPORU

Bölümü :
NO :
Adı Soyadı :

BASİT SARKAÇ VE YERÇEKİMİ İVMESİNİN ÖLÇÜLMESİ

Yaptığınız deneyin verilerini tablolar halinde defterinize geçiriniz, grafikleri isimlendirerek raporunuza ekleyiniz. Soruları cevaplandırınız. Deneyin size kazandırdığı bilgileri ve sonuçları yorumlayınız.

SORULAR

1- Hangi durumda (1) ve (5) bağıntıları eşit olur?
2- Basit sarkaç formülü küçük genlikli salınımlar için doğrudur. Bu durum geniş açılı salınımlarda nasıl belirmektedir.
3- g'nin bu yöntemle ölçülmesinde ne gibi hatalar dikkate alınmamaktadır? Ölçülen g değerinin hangi sınırlar içinde güvenilir olduğunu saptayınız.
4- Düşey olarak bir cetveli astığınızı varsayarak hareketin peryodunun ne olacağını tartışınız.
5- m_1 ve m_2 kütleleri ℓ_1 ve ℓ_2 uzunluklu iplere ardarda asılınca hareket ne olur? Tartışınız.